Lista ③ Hidrodinâmica

①

$A_0 = 3\,cm^2$
$v_0 = 30\,cm/s$
$A_f = 3.10^{-7}\,cm^2$
$v_f = 0{,}05\,cm/s$
$n \rightarrow$ número de capilares

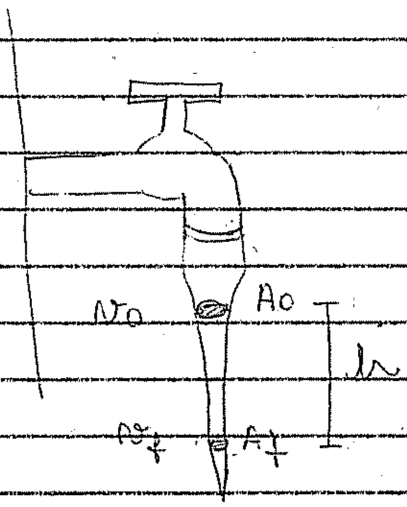
Equação da contin.

$$A_0 . v_0 = (A_f . v_f) . n$$

$$n = \frac{A_0 . v_0}{A_f . v_f} = \frac{3 . 30}{3.10^{-7} . 0{,}05}$$

$$\boxed{n = 6 . 10^9}$$ (6 bilhões de capilares)

②



$A_0 = 1{,}2\,cm^2$
$A = 0{,}35\,cm^2$
$h = 45\,mm$

$$R_z = A_0 . v_0$$

* $A_0 v_0 = A v$

* $v^2 = v_0^2 + 2gh$ ②

* $v_0 = \frac{A v}{A_0}$ ①

subst. ① em ②

$$v^2 - \left(\frac{A v}{A_0}\right)^2 = 2gh$$

$$v^2 \left(1 - \frac{A^2}{A_0^2}\right) = 2gh$$

$$v^2 \left[1 - \left(\frac{0{,}35}{1{,}2}\right)^2\right] = 2 . 9{,}8 . 45 . 10^{-3}$$

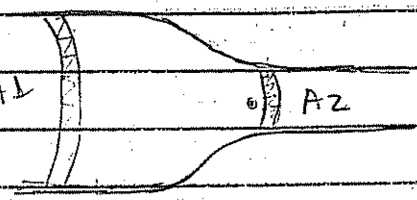
$$v^2 . 0{,}915 = 0{,}882$$

$$v = \sqrt{0{,}96} = 0{,}98\,m/s$$

$$v_0 = \frac{0,35 \cdot 0,98}{1,2} = 0,286 \text{ m/s} = 28,6 \text{ cm/s}$$

$$R_2 = A_0 \cdot v_0 = 1,2 \text{ cm}^2 \cdot 28,6 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = \boxed{34,32 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}}$$

(3)



$\rho = 791 \text{ kg/m}^3$

$A_1 = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$

$\Delta p = 4120 \text{ Pa}$

$A_2 = A_1/2$

$R = ?$

Eq. de Bernoulli

$$P_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = P_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}$$

$h \rightarrow$ desprezado; pois podemos pensar num cano de pequenas dimensões onde o desnível do fluido é desprezível.

$$\Delta p = P_1 - P_2 = \frac{\rho}{2}(v_2^2 - v_1^2)$$

Como: $v_1 = \dfrac{R}{A_1}$ e $v_2 = \dfrac{R}{\underbrace{A_2}_{(A_1/2)}} = \dfrac{2R}{A_1}$

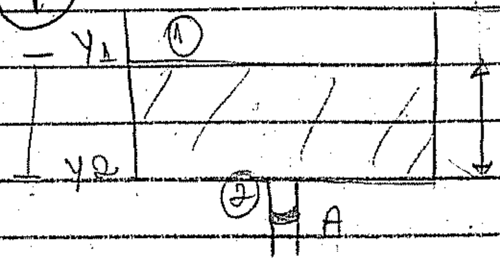
então: $\Delta p = \dfrac{1}{2} \cdot \rho \cdot \left(\dfrac{4R^2}{A_1^2} - \dfrac{R^2}{A_1^2} \right)$

$$\Delta p = \frac{1}{2} \rho \frac{3R^2}{A_1^2} \implies R = \sqrt{\frac{2 \Delta p \cdot A_1^2}{3\rho}}$$

$$\boxed{R = 2,24 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}}$$

tilibra

4



$A = 6{,}5\,cm^2 = 6{,}5 \cdot 10^{-4}\,m^2$

Equação de Bernoulli $\Rightarrow P + \rho g y + \frac{1}{2}\rho v^2 = 0$

① = ②

$P_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$

considerando que o buraco em ② é muito menor que a área de ①, assim: $A_1 v_1 = A_2 \cdot v_2$, v_1 é desprezível, a água cai muito lentamente em ① o quadrado será menor ainda, então: $v_1^2 = 0$

$P_1 + \rho g y_1 = P_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$

$P_1 + \rho g (y_1 - y_2) = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$

$P_1 + \rho g D = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$

como, para todos os pontos de um sistema em contato com a atmosfera, a pressão é a P_0, então

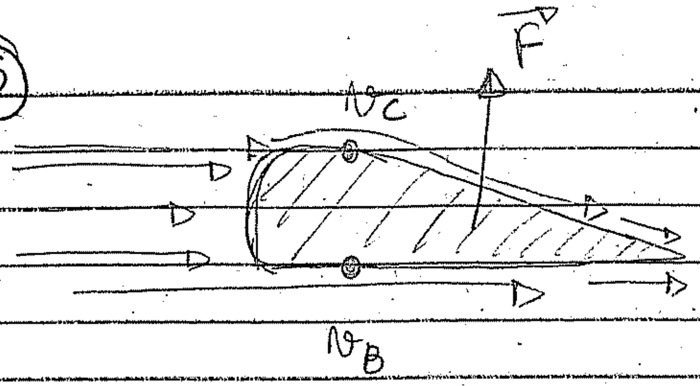
$P_1 = P_2 \Rightarrow \cancel{P_0} + \cancel{\rho} g D = \cancel{P_0} + \frac{1}{2}\cancel{\rho} v_2^2$

$g \cdot D = \frac{1}{2} v_2^2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gD}$

$v_2 = 2{,}4\,m/s$

$R_z = v_2 \cdot A_2 = 1{,}58\,m^3/s$

(5)



ρ densidade do ar.

$$F = \frac{\Delta P}{A} = ?$$

Eq. de Bernoulli

$$P_B + \rho g y_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 = P_C + \rho g y_C + \frac{1}{2}\rho v_C^2$$

$$\Delta p = P_B - P_C = \rho g y_C + \frac{1}{2}\rho v_C^2 - \rho g y_B - \frac{1}{2}\rho v_B^2$$

$$\Delta P = \rho g \underbrace{(y_C - y_B)} + \frac{1}{2}\rho (v_C^2 - v_B^2)$$

a distância $y_C - y_B$ é desprezível comparado ao termo $v_C^2 - v_B^2$, assim:

$$\Delta p = \frac{1}{2}\rho (v_C^2 - v_B^2)$$

como $F = \Delta P \cdot A \Rightarrow \boxed{F = \frac{1}{2}\rho \cdot A (v_C^2 - v_B^2)}$

(6)

$v_B = 110\,m/s$

$v_C = ?$

utilizando as expressão do exercício anterior

$\Delta P = 900\,Pa$

$$\Delta p = \frac{1}{2}\rho\,(v_C^2 - v_B^2)$$

$\rho_{ar} = 1{,}3 \cdot 10^{-3}\,g/cm^3$

$$2\Delta p = \rho v_C^2 - \rho v_B^2$$

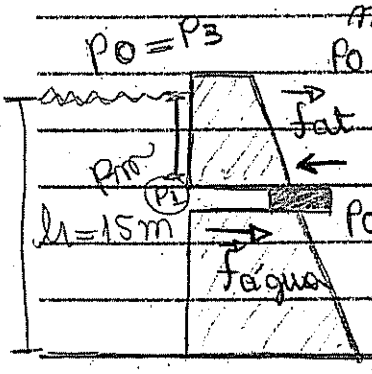
$\rho_{ar} = 1{,}3\,\dfrac{kg}{m^3}$

$$v_C^2 = \frac{2\Delta p}{\rho} + v_B^2$$

$$v_C = \sqrt{\frac{2 \cdot 900}{1{,}3} + 110^2}$$

$$v_C = 116{,}1\,m/s \quad \text{ou} \quad 417{,}9\,km/h$$

(7) $\rho_a = 10^3\,\dfrac{kg}{m^3}$ $\quad d = 4\,cm = 0{,}04\,m$



$\vec{F_a} = F\,\vec{i}$

a) $\vec{f}_{at} = f\,(-\vec{i})$

$$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h$$

(a) $\Delta p = \rho g h$

$F - f = 0$

$F = f$

$F = \Delta p \cdot A$

$$f = \Delta p \cdot A = \rho g h \cdot \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

$$f = 10^3 \cdot 9{,}8 \cdot 6 \cdot 3{,}14 \cdot \left(\frac{0{,}04}{2}\right)^2$$

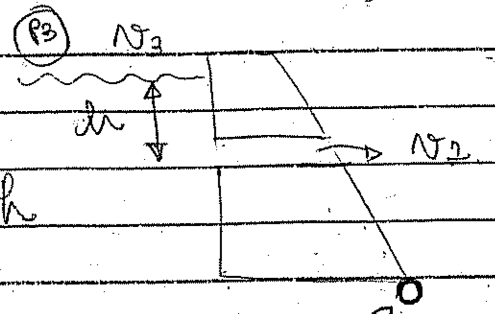
$$\boxed{\vec{f} = 73{,}89\,N\ (-\vec{i})}$$

espaço ocupado

ΔS $\quad v$

$V = R \cdot \Delta t$

(b)



$\Delta t = 3h$

$$\cancel{P_3} + \cancel{\rho} g y_3 + \frac{1}{2}\cancel{\rho}\cancel{v_3^2} = \cancel{P_2} + \cancel{\rho} g y_2 + \frac{1}{2}\cancel{\rho} v_2^2$$

$P_3 = P_2 = P_0$ (v_3 desce muito lentamente; $v_3^2 \to 0$)

$$v_2^2 = 2g(y_3 - y_2) \to v_2 = \sqrt{2gh}$$

(torricelli)

$\Delta t = 3h = 3 \cdot 3600s = 10.800s$

$$R_Z = v \cdot A = \sqrt{2gh} \cdot \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

porém em $\Delta t = 3h$

volume

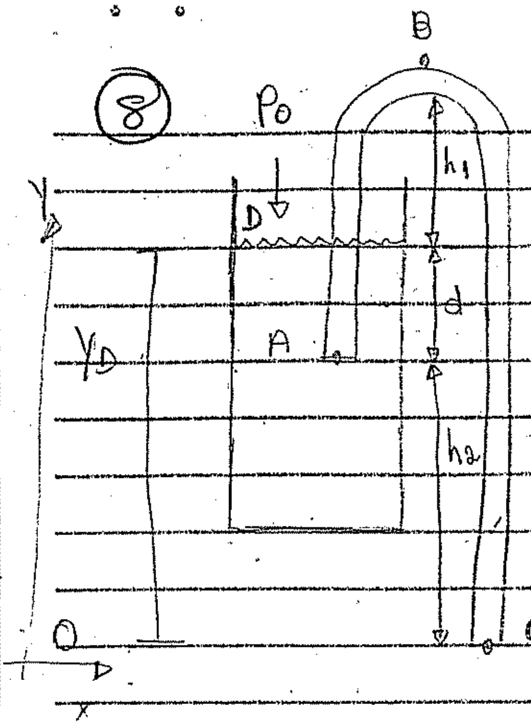
$V = R_Z \cdot \Delta t$ $\quad \left(\frac{m^3}{\cancel{s}} \times \cancel{s} = m^3\right)$

$$V = \sqrt{2gh} \cdot \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \Delta t$$

$$V = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 6} \cdot 3{,}14 \cdot \left(\frac{0{,}04}{2}\right)^2 \cdot 10800 = 147{,}17\, m^3$$

tilibra

8



a) $v_C = ?$

$$P_D + \rho g y_D + \frac{1}{2}\rho v_D^2 = P_C + \rho g y_C + \frac{1}{2}\rho v_C^2$$

$$\begin{cases} v_D^2 = 0 \text{ (muito lento)} \\ y_D = d + h_2 \\ y_C = 0 \end{cases}$$

$P_D = P_C = P_0$ (PONTOS EM CONTATO COM A ATMOSFERA)

ENTÃO:

$$\cancel{\rho} g(d+h_2) = \frac{1}{2}\cancel{\rho} v_C^2$$

$$v_C = \sqrt{2g(d+h_2)}$$

b) $P_B = ?$ $\quad P_B + \rho g y_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 = P_D + \rho g y_D + \frac{1}{2}\rho \cancel{v_D^2}^{\,0}$

$$P_B + \rho g(h_1 + \cancel{d} + \cancel{h_2}) + \frac{1}{2}\rho v_B^2 = P_0 + \rho g(\cancel{d} + \cancel{h_2})$$

$$P_B = P_0 - \rho g h_1 - \frac{1}{2}\rho v_B^2$$

pela equação da continuidade entre B e C.

$A_B \cdot v_B = A_C \cdot v_C$ $\quad$ como $A_B = A_C$

$v_B = v_C$

$$P_B = P_0 - \rho g h_1 - \frac{1}{\cancel{2}}\rho \cdot \cancel{2} g(d+h_2)$$

$$\boxed{P_B = P_0 - \rho g(h_1 + d + h_2)}$$

(c) Na maior altura possível devemos ter $P_B = 0$, isto é, altura máxima gera pressão mínima.

Então:

$$0 = P_0 - \rho g (h_1^{max} + d + h_2)$$

$$P_0 = \rho g h_1^{max} + \rho g (d + h_2)$$

$$h_1^{max} = \frac{P_0 - \rho g (d + h_2)}{\rho g}$$

$$\boxed{h_1^{max} = \frac{P_0}{\rho g} - (d + h_2)}$$